Colle n^{o} 2 d'Informatique – CaML

Mathieu Goutelle
Mathieu.Goutelle@ens-lyon.fr

3 – 7 novembre 2003

Soit $E = \{x_1, \ldots, x_n\}$ un ensemble ordonné. Nous souhaitons déterminer la partie $\mathcal{M}$ de E contenant les $\sqrt{n}$ plus grands éléments de E, en effectuant le minimum de comparaisons.

1 Préliminaire

À des fins de test de vos fonctions, vous devez écrire d'abord une fonction fournissant comme résultat une liste aléatoire d'entiers. Vous pouvez également écrire une fonction qui calcule l'entier immédiatement supérieur ou égal à la racine de la longueur d'une liste.

2 Algorithme « naïf »

2.1 Proposer une solution d'algorithme simple permettant de déterminer $\mathcal{M}$ et écrire la fonction CaML correspondante selon le prototype `racinemax : 'a list -> 'a list`.

2.2 Calculer la complexité de l'algorithme utilisé, en fonction de $n = |E|$.

2.3 Montrer qu'en utilisant un tri, on obtient une meilleure complexité. Programmer cette méthode selon le prototype `racinemax_bst : 'a list -> 'a list`.

3 Algorithme optimisé

Nous voulons désormais diminuer la complexité du calcul de $\mathcal{M}$. Soit l'algorithme suivant :

1. On complète le tableau en lui adjoignant son plus petit à répétition jusqu'à avoir une liste dont le cardinal soit un carré $n = p^2$. On pense alors le tableau sous forme d'une matrice carrée de taille p ;
2. Dans chaque ligne, on trouve le plus grand et on le stocke dans la première colonne ;
3. On cherche le plus petit **ppl** et le plus grand **pgl** de la colonne 1 ;
4. On extrait le **pgl** de sa ligne pour le ranger dans le tableau des grands ;
5. On remplace **pgl** par **ppl** et on recalcule le maximum de cette ligne ;
6. On jette le reste de la ligne de **ppl** et on recommence à l'étape 3 avec la matrice à $p - 1$ lignes et p colonnes.

3.1 [Facultatif mais conseillé] Écrire une fonction d'affichage d'une matrice.

3.2 Calculer la complexité de l'algorithme proposé, en fonction de $n = |E|$.

3.3 En utilisant l'algorithme précédent, écrire la fonction CaML de calcul de $\mathcal{M}$ selon le prototype `racinemax_2 : 'a list -> 'a list`.